

Realce de Imagens Através de Hiperbolização Quadrática do Histograma

DANIEL TÁVORA DE QUEIROZ COBRA

JOSÉ ANTONIO DIAS DINIZ COSTA

MARCELO FISCH DE BERRÊDO MENEZES

Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica
Caixa Postal 04591
70910-900 Brasília - DF
E-mail: cobra@brunb.bitnet

Abstract. This paper introduces a new image enhancement technique derived from histogram hyperbolization. The original method of histogram hyperbolization was based on a simple logarithmic model of the nonlinear characteristic of the human visual system. By using a different model, we derive a new method introduced here, called quadratic hyperbolization. Examples are provided demonstrating that satellite and side-scan sonar images processed with the quadratic hyperbolization technique may have greater intelligibility than when processed with the original histogram hyperbolization technique.

1 Introdução

Definimos o histograma de uma imagem digital monocromática como a função que a cada valor possível dos níveis de cinza associa o número de elementos da imagem (*pixels*) que assumem aquele valor, dividido pelo número total de pixels. As transformações que serão consideradas neste artigo visam modificar o histograma da imagem de forma a aumentar a inteligibilidade da imagem ao observador humano. Embora tais transformações sejam determinadas com base no histograma da imagem como um todo, sua forma final é do tipo ponto-a-ponto, ou seja, o valor de um determinado pixel da imagem processada é calculado unicamente a partir do pixel correspondente da imagem original. Por este motivo, representamos o valor de um pixel da imagem a ser processada simplesmente por f , não sendo necessário especificar a sua localização na imagem por meio de coordenadas. Por vezes também será conveniente nos referirmos a f como sendo a imagem original como um todo.

O histograma da imagem f é representado por $p_f(f)$. A normalização pelo número total de pixels da imagem na definição dada acima é feita para que a nossa análise seja independente do tamanho da imagem. A notação $p_f(f)$ foi escolhida por analogia com a função densidade de probabilidade, correspondente ao histograma quando f é uma variável contínua, como no caso de uma imagem analógica.

Uma das técnicas mais básicas para se modificar

o histograma de uma imagem é a transformação linear, na qual o valor de cada pixel da imagem processada é obtido por meio de uma função linear do pixel correspondente da imagem original. Desta forma, se g representa o valor do pixel da imagem processada correspondente a um pixel de valor f na imagem original, então a transformação linear é descrita por

$$g(f) = af + b,$$

onde a e b são constantes reais quaisquer. Como g representa o valor de um pixel de uma imagem digital, fica subentendido que o resultado desta transformação deve ser quantizado e limitado ao intervalo permitido para os valores da imagem processada (tipicamente inteiros no intervalo de 0 a 255). O mesmo é válido para todas as outras transformações consideradas neste artigo.

Uma outra técnica bastante conhecida é a de equalização de histograma, que busca fazer com que os níveis de cinza da imagem processada se apresentem uniformemente distribuídos no intervalo permitido. Pode-se demonstrar [Pratt, 1978] que tal transformação é dada por

$$g(f) = (N - 1)P_f(f), \quad (1)$$

onde N é o número de níveis de cinza da imagem processada (distribuídos entre 0 e $N - 1$) e $P_f(f)$ é o histograma cumulativo da imagem original,

$$P_f(f) = \sum_{n=0}^f p_f(n).$$

Portanto, $P_f(f)$ é o número de pixels com valor menor ou igual a f , dividido pelo número total de pi-

O trabalho descrito neste artigo foi realizado com o apoio do Programa RHA/E/SCT, processos n.ºs 610.220/91 e 610.137/92.

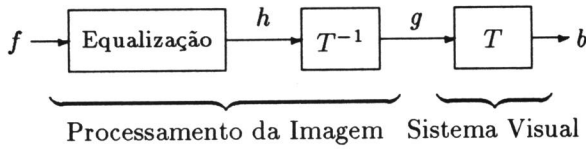


Figura 1: Esquema da técnica de hiperbolização de histograma.

xels. No caso de uma imagem analógica, esta transformação (com $N - 1$ substituído pelo valor máximo permitido para g) fornece uma imagem com distribuição $p_g(g)$ exatamente uniforme. Para uma imagem digital, porém, não é possível obter-se um histograma exatamente uniforme, mas apenas aproximadamente uniforme.

2 Hiperbolização de Histograma

Apresentamos aqui uma derivação alternativa da técnica de hiperbolização de histograma, seguindo um raciocínio diferente daquele utilizado originalmente por [Frei, 1977]. Nosso procedimento permite que a transformação seja deduzida diretamente para imagens digitais, dispensando a abordagem analógica.

É sabido que o sistema visual periférico humano efetua uma transformação na intensidade luminosa da imagem observada de forma que existe uma relação não-linear entre a intensidade luminosa física da imagem e a intensidade luminosa percebida subjetivamente pelo sistema visual central [Pratt, 1978]. Portanto, ao se observar uma imagem com histograma equalizado, os níveis de cinza percebidos pelo sistema visual central não serão uniformemente distribuídos, devido a esta transformação não-linear. O princípio básico da técnica de hiperbolização de histograma é o de submeter a imagem a uma equalização de histograma seguida pela transformação inversa àquela efetuada pela porção periférica do sistema visual humano, como se vê na Figura 1. Com isto, espera-se cancelar o efeito desta transformação não-linear, de forma que a imagem analisada pelo sistema visual central tenha efetivamente um histograma equalizado.

Frei demonstrou que é possível combinar as duas etapas do processamento da imagem, obtendo uma transformação direta $g(f)$ que satisfaz o critério acima descrito. Em seu trabalho, Frei utilizou o seguinte modelo logarítmico para a característica não-linear do sistema visual periférico:

$$b(g) = \ln(g + c), \quad (2)$$

onde g representa a intensidade dos pixels da imagem

observada, b representa a intensidade percebida pelo sistema visual central, e c é uma constante cujo valor é determinado empiricamente. Segundo Frei, para $N = 256$ o valor de c que fornece melhores resultados é 0,573.¹

A função inversa de (2) é $g(b) = e^b - c$. Usando esta transformação para obter g a partir de h , como indicado na Figura 1, temos

$$g(h) = e^h - c. \quad (3)$$

Os valores mínimo e máximo da imagem intermediária h devem ser determinados de forma que os valores da imagem processada g variem entre 0 e $(N - 1)$. Então, devemos ter

$$\begin{aligned} h_{\min} &= \ln(c) \\ h_{\max} &= \ln(N - 1 + c). \end{aligned}$$

Portanto, h deve ter um histograma uniformemente distribuído entre $\ln(c)$ e $\ln(N - 1 + c)$. Para isto, h deve ser obtida a partir da imagem original f por meio da equalização de histograma dada por

$$h(f) = P_f(f) [\ln(N - 1 + c) - \ln(c)] + \ln(c).$$

Simplificando, obtemos

$$h(f) = P_f(f) \ln \left(1 + \frac{N - 1}{c} \right) + \ln(c).$$

Para obtermos a transformação desejada, resta combinar esta equação com (3), resultando

$$g(f) = \exp \left[P_f(f) \ln \left(1 + \frac{N - 1}{c} \right) + \ln(c) \right] - c.$$

Simplificando, obtemos finalmente

$$g(f) = c \left[\left(1 + \frac{N - 1}{c} \right)^{P_f(f)} - 1 \right]. \quad (4)$$

No apêndice, demonstramos que o histograma de uma imagem analógica processada com esta transformação é dado por

$$p_g(g) = \left(\frac{1}{\ln(1 + (N - 1)/c)} \right) \frac{1}{g + c}, \quad (5)$$

sendo portanto de forma hiperbólica, o que dá o nome a esta técnica.

¹Na verdade, Frei trabalha com uma outra constante $s \triangleq -1/c^2 \ln(1 + (N - 1)/c)$, e afirma que o valor recomendado para s é $-0,5$, o que corresponde a $c = 0,573$.

3 Hiperbolização Weberiana

O modelo utilizado por Frei para o sistema visual humano, dado por (2), satisfaz apenas aproximadamente a Lei de Weber [Lim, 1990], segundo a qual a mínima variação perceptível de luminosidade é igual a 0,02 vezes a intensidade luminosa média no campo visual. Representando por \bar{g} a intensidade luminosa média e por Δg_{\min} a mínima variação perceptível de luminosidade, temos, segundo a Lei de Weber,

$$\Delta g_{\min} = 0,02\bar{g}.$$

Quando ocorre uma variação de luminosidade Δg em torno do valor \bar{g} , a variação de intensidade percebida pelo sistema visual, Δb , é proporcional à relação entre Δg e Δg_{\min} , ou seja,

$$\Delta b = k \frac{\Delta g}{\Delta g_{\min}},$$

onde k é uma constante de proporcionalidade. Substituindo nesta expressão a Lei de Weber, obtemos

$$\frac{\Delta b}{\Delta g} = \frac{k}{0,02\bar{g}},$$

ou, fazendo Δb e Δg tenderem a zero,

$$\frac{db}{dg} = \frac{k}{0,02\bar{g}}.$$

Para se obter um modelo que relacione b a g , neste ponto pode-se fazer a aproximação $g \simeq \bar{g}$, que equivale a supor que o valor g de qualquer pixel da imagem é aproximadamente igual ao valor médio da imagem \bar{g} . Integrando a equação diferencial resultante, obtemos o novo modelo para a característica não-linear do sistema visual

$$b(g) = \frac{k}{0,02} \ln(\alpha g), \quad (6)$$

onde α é uma constante real arbitrária. Este modelo logaritmico, apesar de ser o resultado da aproximação $g \simeq \bar{g}$, que em geral não é válida, é no entanto amplamente difundido na literatura de processamento de imagens.

Repetiremos agora os passos seguidos no desenvolvimento da técnica de hiperbolização de histograma, desta vez usando o modelo (6) no lugar do modelo (2). A função inversa de (6) é $g(b) = (e^{0,02b/k})/\alpha$. Aplicando esta transformação a h , e ignorando a constante $0,02/k$, cujo valor não influencia o resultado final, temos

$$g(h) = \frac{e^h}{\alpha}. \quad (7)$$

Os valores mínimo e máximo da imagem intermediária h são determinados de forma que os valores da imagem processada g variem entre 1 e $(N - 1)$. (Como se vê de (7), desta vez não é possível fazer com que o valor mínimo de g seja 0.) Então, devemos ter

$$\begin{aligned} h_{\min} &= \ln(\alpha) \\ h_{\max} &= \ln(\alpha(N - 1)). \end{aligned}$$

Portanto, h deve ter um histograma uniformemente distribuído entre $\ln(\alpha)$ e $\ln(\alpha(N - 1))$. Para tanto, h deve ser obtida a partir da imagem original f por meio da equalização de histograma dada por

$$h(f) = P_f(f) [\ln(\alpha(N - 1)) - \ln(\alpha)] + \ln(\alpha).$$

Simplificando, obtemos

$$h(f) = [P_f(f) \ln(N - 1) + \ln(\alpha)].$$

Para chegarmos à transformação final, combinamos esta equação com (7), resultando

$$g(f) = \frac{1}{\alpha} \exp [P_f(f) \ln(N - 1) + \ln(\alpha)].$$

Simplificando, obtemos finalmente

$$g(f) = (N - 1)^{P_f(f)}. \quad (8)$$

Observe que a forma da transformação resultante, a que chamamos de hiperbolização Weberiana, é mais simples que a proposta por Frei, dada por (4). No apêndice, demonstramos que o histograma de uma imagem analógica processada com esta transformação é dado por

$$p_g(g) = \frac{1}{g \ln(N - 1)}, \quad (9)$$

sendo portanto de forma hiperbólica, como no caso da transformação de Frei.

4 Hiperbolização Quadrática

O modelo logaritmico para a característica não linear do sistema visual humano, como ressaltamos na seção anterior, é baseado na aproximação $g \simeq \bar{g}$, que em geral não é válida. De fato, esta aproximação ignora o fato de que o sistema visual se acomoda ao valor da intensidade média da imagem, \bar{g} , e não ao valor de cada pixel em análise, g . Um modelo alternativo, que leva em conta este fato, é [Pratt, 1978]

$$b(g) = \frac{g(N - 1 + \bar{g})}{g + \bar{g}}. \quad (10)$$

Repetiremos agora os passos seguidos no desenvolvimento da técnica de hiperbolização de histograma, desta vez usando o modelo (10) no lugar

transformação são praticamente idênticas às produzidas pela técnica original de hiperbolização. As imagens aqui apresentadas eram originalmente de tamanho 256×256 , com 256 níveis de cinza. Para fins de impressão gráfica, foram convertidas por interpolação bilinear em imagens de tamanho 768×768 , a partir das quais foram produzidos meios-tons digitais através de uma máscara aglutinada diagonal com 32 níveis de cinza. Note-se que a qualidade das imagens apresentadas está sujeita às limitações do processo gráfico de reprodução, sendo possível que o mesmo introduza não-linearidades que não foram consideradas em nosso desenvolvimento teórico.

A Figura 3 ilustra a aplicação das técnicas de modificação de histograma a uma imagem do satélite Landsat V. Os histogramas correspondentes são mostrados na Figura 5. Já as Figuras 4 e 6 apresentam os resultados obtidos com uma imagem do leito do mar produzida pelo sonar de varredura lateral AMS 120SI. No caso da imagem de sonar, as barras dos histogramas de valor maior que 0,015 foram truncadas para permitir uma melhor visualização do restante do histograma. A análise das imagens é apresentada nas legendas das Figuras (3) e (4).

6 Conclusões

Apresentamos duas novas transformações baseadas na técnica de hiperbolização de histograma, porém utilizando modelos para o sistema visual humano diferentes daquele empregado por Frei. Uma destas novas técnicas, a que chamamos de hiperbolização Weberiana, fornece praticamente os mesmos resultados que a técnica original de hiperbolização de histograma, porém através de uma transformação de forma mais simples (cf. (4) e (8)).

A outra nova técnica, dada por (12) com (13) e chamada por nós de hiperbolização quadrática, é baseada em um modelo do sistema visual periférico humano que leva em conta o fato de que este se acomoda à intensidade média da cena observada, e não à intensidade dos pixels individuais, como subentende o modelo logarítmico utilizado na hiperbolização de histograma. O resultado é uma transformação que fornece uma distribuição mais dilatada dos níveis de cinza, evitando a concentração excessiva nos tons escuros verificada na técnica de hiperbolização.

A aplicação destas transformações a imagens de satélite e sonar demonstra que as imagens processadas por hiperbolização quadrática podem ter maior inteligibilidade que as processadas pela técnica original de hiperbolização, apresentando uma boa melhoria de contraste tanto nas áreas claras quanto nas áreas escuras. Cabe ressaltar, no entanto, que, como no caso da maioria das técnicas de realce de imagens,

o desempenho das transformações aqui apresentadas depende da imagem à qual são aplicadas.

7 Agradecimentos

Os autores agradecem a colaboração do Prof. Paulo Meneses, do Laboratório de Sensoriamento Remoto da UnB, pelas imagens de satélite utilizadas neste trabalho, bem como pela sua assistência na avaliação do desempenho das técnicas desenvolvidas. Agradecemos também ao *United States Geological Survey* pelas imagens do sonar AMS 120SI.

Apêndice

Histograma das Imagens Processadas

Supondo-se que as imagens f , g e h , são contínuas em vez de discretas, é possível deduzir-se a forma do histograma da imagem processada, g . Por conveniência, supomos que g varia entre 0 e $N - 1$, mantendo o limite superior adotado no caso discreto.

Hiperbolização

No caso da técnica original de hiperbolização, o histograma da imagem intermediária h é uniformemente distribuído entre $\ln(c)$ e $\ln(N - 1 + c)$. Temos então

$$\begin{aligned} p_h(h) &= \frac{1}{\ln(N - 1 + c) - \ln(c)} \\ &= \frac{1}{\ln(1 + (N - 1)/c)}, \end{aligned}$$

para $\ln(c) \leq h \leq \ln(N - 1 + c)$, e, portanto,

$$\begin{aligned} P_h(h) &= \int_{-\infty}^h p_h(H) dH \\ &= \frac{h - \ln(c)}{\ln(1 + (N - 1)/c)}, \end{aligned} \quad (15)$$

para $\ln(c) \leq h \leq \ln(N - 1 + c)$.

Uma vez que (3) é estritamente crescente, temos

$$P_g(g) = P_h(g(h)).$$

De (15) e da inversa de (3), obtemos então

$$P_g(g) = \frac{\ln(g + c) - \ln c}{\ln(1 + (N - 1)/c)}.$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} p_g(g) &= \frac{dP_g(g)}{dg} \\ &= \left(\frac{1}{\ln(1 + (N - 1)/c)} \right) \frac{1}{g + c}. \end{aligned}$$

Vê-se assim que o histograma da imagem processada tem forma hiperbólica.

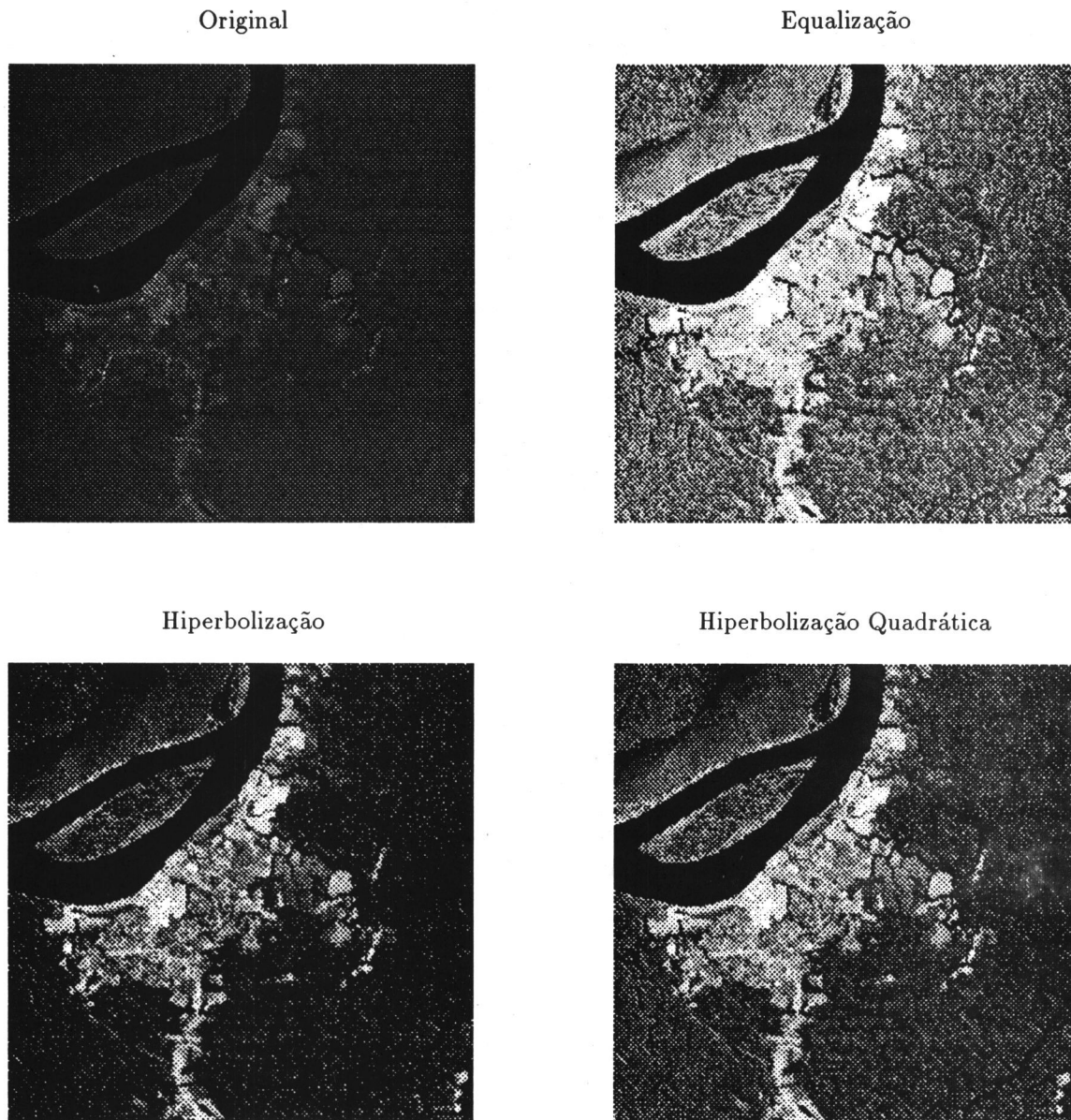


Figura 3: Exemplo de aplicação das técnicas de modificação de histograma a uma imagem do satélite Landsat V. A imagem é de uma área desmatada em meio à floresta amazônica, às margens de um rio. Observe-se que é mais fácil distinguir os limites da área desmatada e a textura da área de floresta nas imagens processadas que na imagem original. No entanto, a equalização de histograma deixa a área desmatada muito clara, enquanto a hiperbolização de histograma deixa a área de floresta muito escura. A hiperbolização quadrática fornece um resultado intermediário que permite uma boa visualização tanto da área desmatada quanto da área de floresta.

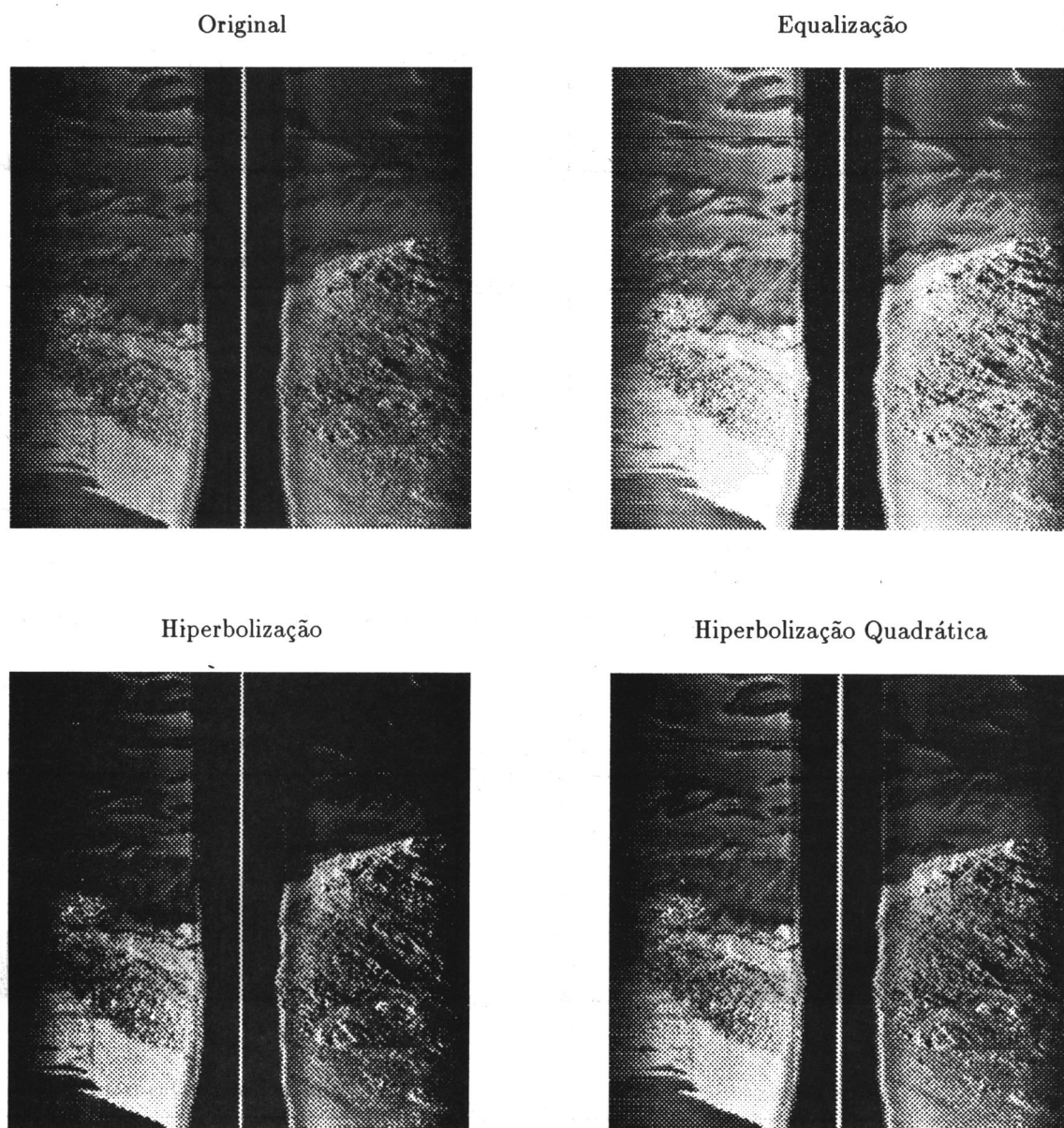


Figura 4: Exemplo de aplicação das técnicas de modificação de histograma a uma imagem do sonar de varredura lateral AMS 120SI. A imagem mostra um área de aproximadamente 1 km² do leito do mar com a ocorrência de um afloramento rochoso em solo arenoso. A equalização de histograma eleva excessivamente a intensidade luminosa na área do terreno rochoso, enquanto a hiperbolização de histograma escurece excessivamente o terreno arenoso, ficando dificultada a visualização em ambos os casos. A hiperbolização quadrática fornece um resultado intermediário que propicia uma melhor visualização tanto do terreno arenoso quanto do rochoso.

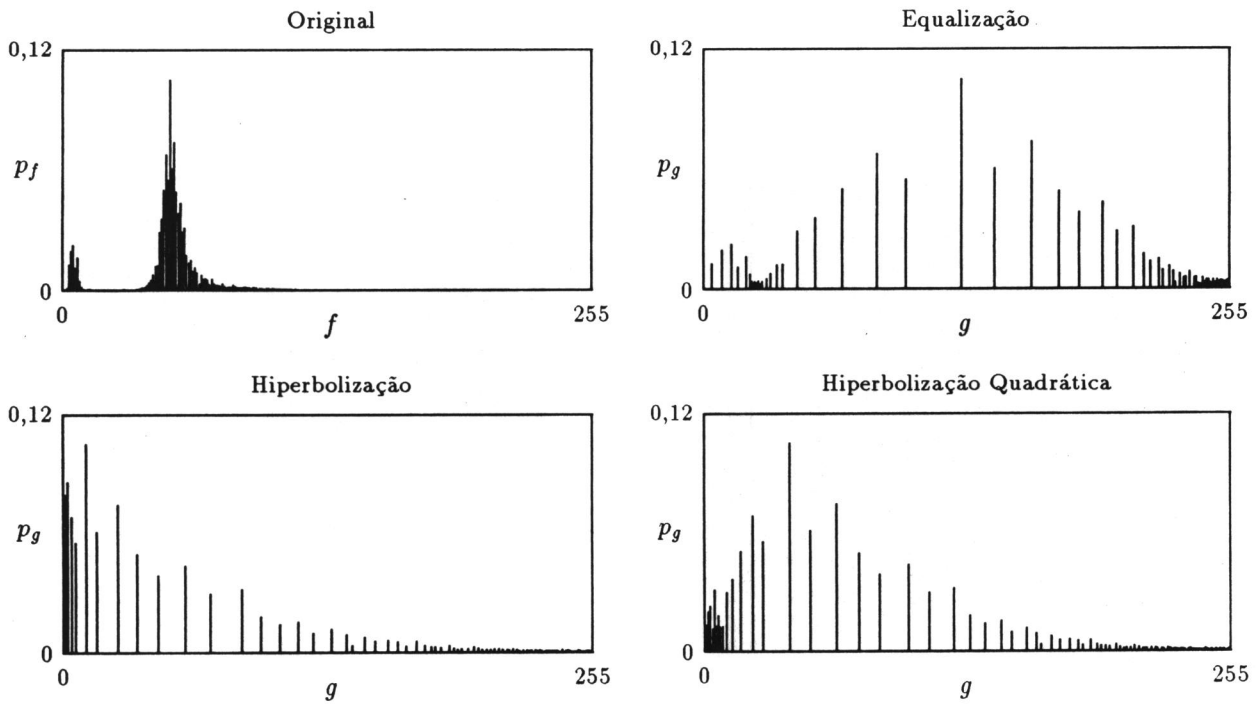


Figura 5: Histogramas da imagem de satélite original e imagens processadas, apresentadas na Figura 3.

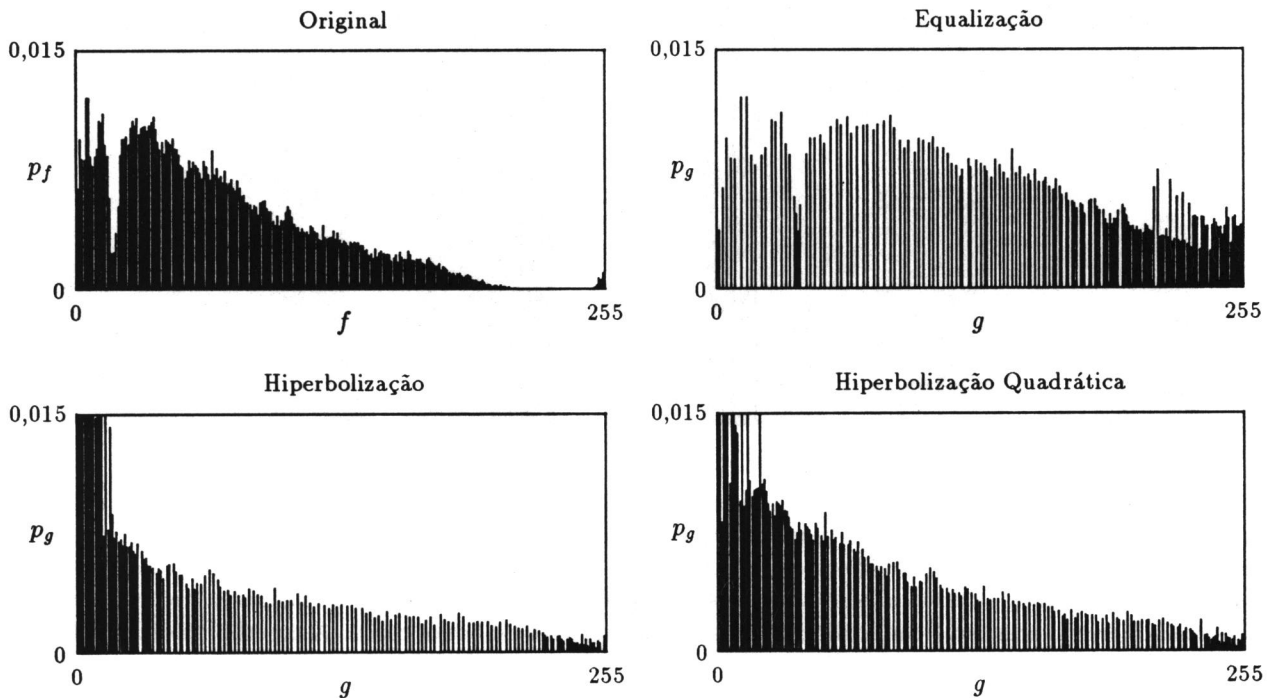


Figura 6: Histogramas da imagem de sonar original e imagens processadas, apresentadas na Figura 4.

Hiperbolização Weberiana

No caso da hiperbolização Weberiana, o histograma da imagem intermediária h é uniformemente distribuído entre $\ln(\alpha)$ e $\ln(\alpha(N-1))$. Temos então

$$\begin{aligned} p_h(h) &= \frac{1}{\ln(\alpha(N-1)) - \ln(\alpha)} \\ &= \frac{1}{\ln(N-1)}, \end{aligned}$$

para $\ln(\alpha) \leq h \leq \ln(\alpha(N-1))$, e, portanto,

$$P_h(h) = \frac{h - \ln(\alpha)}{\ln(N-1)}, \quad (16)$$

para $\ln(\alpha) \leq h \leq \ln(\alpha(N-1))$.

Uma vez que (7) é estritamente crescente, temos

$$P_g(g) = P_h(g(h)).$$

De (16) e da inversa de (7), obtemos então

$$P_g(g) = \frac{\ln(\alpha g) - \ln(\alpha)}{\ln(N-1)}.$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} p_g(g) &= \frac{dP_g(g)}{dg} \\ &= \frac{1}{g \ln(N-1)}. \end{aligned}$$

Vê-se assim que a imagem processada tem histograma de forma hiperbólica, como no caso da técnica original de hiperbolização.

Hiperbolização Quadrática

No caso da hiperbolização quadrática, o histograma da imagem intermediária h é uniformemente distribuído entre 0 e $N-1$, de forma que

$$p_h(h) = \frac{1}{N-1}, \quad 0 \leq h \leq N-1$$

e, portanto,

$$P_h(h) = \frac{h}{N-1}, \quad 0 \leq h \leq N-1. \quad (17)$$

Pode-se mostrar que (11) é estritamente crescente, e que, portanto, $P_g(g) = P_h(g(h))$. De (17) e da inversa de (11), obtemos então

$$P_g(g) = \left(\frac{1}{N-1} \right) \frac{g(N-1+\bar{g})}{g+\bar{g}}.$$

Finalmente,

$$p_g(g) = \frac{dP_g(g)}{dg} = \left(1 + \frac{\bar{g}}{N-1} \right) \frac{\bar{g}}{(g+\bar{g})^2}.$$

Vê-se assim que a imagem processada tem histograma de forma hiperbólica quadrática.

Referências

W. Frei, Image enhancement by histogram hyperbolization. *Journal of Computer Graphics and Image Processing*, pp. 286-294, junho de 1977.

J. S. Lim, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*. Prentice-Hall, New York, 1990.

W. K. Pratt, *Digital Image Processing*. John Wiley & Sons, New York, 1978.